

## Berkeley e o problema de Barrow

José Oscar de Almeida Marques

Departamento de Filosofia, IFCH-UNICAMP

RESUMO: Em seu *Ensaio para uma Nova Teoria da Visão*, George Berkeley examina um aparente paradoxo no comportamento de lentes convergentes e espelhos côncavos que se tornou conhecido como o “problema de Barrow”. O problema, em si mesmo, não apresenta grandes dificuldades técnicas, e pode ser compreendido por qualquer pessoa com um algum domínio de noções elementares de óptica geométrica, mas o modo pelo qual Barrow o descreve e os diagramas que utiliza para sua apresentação diferem notavelmente dos modernamente empregados, o que pode trazer dificuldades de compreensão mesmo para aqueles que dispõem de um razoável conhecimento do assunto. Como o problema aparece logo ao início do texto do *Ensaio*, e como a correta compreensão tanto de sua natureza quanto da solução proposta por Berkeley é necessária para acompanhar com proveito o argumento desenvolvido pelo autor, é útil prover uma explicação detalhada da questão. Este trabalho não se limita, entretanto, a um simples deslindamento técnico do assunto, mas provê uma contextualização do problema de Barrow no plano geral do texto de Berkeley, examinando sua função no desenvolvimento do argumento geral do autor. A título de conclusão, faço uma crítica à solução proposta por Berkeley e dou uma breve indicação sobre a forma moderna de se abordar e solucionar a questão.

ABSTRACT: In his *Essay towards a New Theory of Vision*, Berkeley examines a seeming paradox in the behavior of convergent lenses and concave mirrors, known as the “Problem of Barrow”. As such, the problem does not involve much technical difficulty, and can be understood by anyone with some grasp of elementary notions of geometrical optics. However, the way it is presented by Barrow differs notably from modern optical discussions, and this can make things difficult even for those that have a good knowledge of the matter. Since a correct understanding of the nature of the problem and of the solution proposed by Berkeley is necessary in order to follow the argument of the author, it seems useful to provide a detailed explanation of the question. The paper is not confined, however, to a mere technical explanation of the matter, but provides a contextualization of the problem of Barrow in the general plan of Berkeley's text, by examining its function in the development of his general argument. As a conclusion, I offer a criticism of the solution proposed by Berkeley and give a short indication on the modern form to solve the riddle.

### 1 Introdução

Nos parágrafos 29 a 31 de seu *Ensaio para uma Nova Teoria da Visão*, George Berkeley examina um aparente paradoxo relativo ao comportamento de lentes convergentes e espelhos côncavos que se tornou conhecido como o “problema de Barrow”, a partir de sua formulação por Isaac Barrow, em suas *Optical Lectures* publicadas em 1667. Enquanto tal, o problema não oferece maiores dificuldades técnicas, e pode ser compreendido por qualquer pessoa com um algum domínio de noções elementares de óptica geométrica. No entanto, o modo pelo qual Barrow o descreve e os diagramas que utiliza em sua formulação diferem notavelmente dos que se empregam modernamente, o que pode trazer dificuldades de compreensão mesmo para aqueles que dispõem de um razoável conhecimento do assunto. Como o problema aparece logo ao início do texto do *Ensaio*, e como a correta compreensão tanto de sua natureza quanto da solução proposta por Berkeley é necessária para acompanhar com proveito o argumento desenvolvido pelo autor, parece útil prover uma explicação detalhada da questão, para facilitar a tarefa dos que se entregam à leitura desse texto.

O presente trabalho não se limita, entretanto, a um simples deslindamento técnico da questão, mas provê uma contextualização do problema de Barrow no plano geral do texto de Berkeley, examinando sua função no desenvolvimento do argumento geral do autor. A título de conclusão, faço uma crítica à solução proposta por Berkeley e dou uma breve indicação sobre a forma moderna de se abordar e solucionar a questão.

## 2 Estrutura e Objetivo do *Ensaio para uma Nova Teoria da Visão*

O *Ensaio para uma Nova Teoria da Visão*<sup>1</sup> foi o primeiro trabalho publicado por George Berkeley, à precoce idade de 24 anos. Ele ocupa uma posição peculiar no interior da produção filosófica do autor, por ser uma obra que ainda não revela as marcas mais popularmente conhecidas do filósofo que celebrou-se por negar a existência da matéria e do mundo físico exterior à mente. De fato, no *Ensaio*, os objetos materiais parecem gozar de uma confortável liberdade de movimentos e, embora não tenham seus direitos de cidadania explicitamente reconhecidos, não são varridos do mundo como ocorrerá nos textos subseqüentes e mais conhecidos, os *Princípios* (1710) e os *Três Diálogos* (1713). Não se pense, porém, que Berkeley ainda não tivesse amadurecido suas posições à época em que redigiu o *Ensaio*: a leitura de seus cadernos de notas de 1707-08 (os *Philosophical Commentaries*) revela que ele já era então um imaterialista convicto, e apenas optou por suprimir, naquela primeira obra, uma parte de suas conclusões metafísicas, a saber, aquelas que negavam a existência “fora da mente” aos objetos do sentido tátil, contentando-se apenas em defender essa doutrina em relação aos objetos da visão.

Nos *Princípios*, Berkeley deu uma indicação de por que procedera dessa forma:

Que os objetos próprios da vista não existem fora da mente nem são imagens de coisas externas foi mostrado naquele tratado [o *Ensaio*], embora ao longo do mesmo se tenha suposto que o contrário era verdadeiro dos objetos tangíveis; não que supor esse erro vulgar fosse necessário para estabelecer a idéia lá apresentada, mas porque estava além do meu propósito examinar e refutar isso em um discurso sobre a *visão*.<sup>2</sup>

Comentadores como A. A. Luce, entretanto, julgaram que algo mais estaria em jogo, e que a decisão de Berkeley era parte de uma estratégia que visava conquistar progressivamente o espírito dos leitores para sua doutrina, atraindo-os com a sedutora e brilhante tese de uma “linguagem visual”, antes de oferecer-lhes a radical e possivelmente assustadora idéia do estatuto simbólico de todo o universo sensível.

Essa característica do *Ensaio* atua como geradora de um sem-número de interessantes linhas de investigação no edifício do pensamento de Berkeley. Em que medida essa metafísica interina e semi-materialista (nas palavras de Luce) é consistente com os princípios mais característicos de seu sistema? Onde ocorre o confronto e onde se percebe uma transição suave e cuidadosamente controlada? Quais as teses e distinções conceituais da primeira obra que perdem importância, e mesmo o sentido, diante dos desenvolvimentos posteriores? E, mais importante ainda: em que medida os procedimentos desconstrutivos tão eficientemente aplicados ao caso dos objetos visuais elucidam e preparam a compreensão da manobra muito mais abrangente pela qual o

---

<sup>1</sup> *An Essay towards a New Theory of Vision* (Dublin: J. Pemyat, 1709); revisado (1709), revisado novamente e publicado como apêndice de *Alciphron*, volume 2 (Londres: J. Tonson, 1732), revisado novamente (1732).

<sup>2</sup> *A Treatise concerning the Principles of Human Knowledge* §44, minha tradução.

filósofo estendeu seu imaterialismo a todo o domínio da experiência? O próprio Berkeley favoreceu este último entendimento, ao recomendar a leitura de seus trabalhos na ordem que foram publicados, incluindo-se aí o *Ensaio*, a fim de obter uma melhor compreensão de como se articulava seu grande projeto<sup>3</sup>, e em 1732, 23 anos após a primeira publicação ele voltou a publicá-lo como anexo a seu *Alciphron*, dando-lhe um papel-chave para a condução do 4º Diálogo e introduzindo apenas pequenas modificações que (como na seção 147) colocam-no mais próximo de seu sistema metafísico final, sem, entretanto, alterar seu escopo e sentido. Por fim, no ano seguinte, Berkeley redigiu um pequeno, mas muito importante tratado complementar (*A Teoria da Visão Confirmada e Explicada*<sup>4</sup>) em que examina e reafirma, em nova perspectiva, as conclusões de sua obra de juventude.

Parece claro, então, que a leitura do *Ensaio* é indispensável para os que querem investigar o edifício metafísico berkeleyano; mas mesmo para os que se interessam mais diretamente por seu campo nominal de investigação, que é a teoria da visão, a obra oferece estimulantes *insights* ao examinar, com argúcia e profundidade filosóficas, certos aspectos cruciais da natureza da percepção visual que não haviam sido suficientemente levados em conta pelos autores que escreviam sobre o assunto apenas na perspectiva da óptica (física ou geométrica) e da fisiologia e anatomia do aparelho visual. O que não significa que em seu tratamento filosófico da visão Berkeley tenha desconsiderado as questões propriamente científicas que agitavam sua época: ao contrário, ele demonstra perfeita familiaridade com os trabalhos mais avançados na área, como as *Optical Lectures* de Barrow (1667), a *Dióptrica* de Molyneux (1692) e a *Óptica* de Newton (1704).

Como se estrutura o *Ensaio para uma Nova Teoria da Visão*, e quais são seu objetivos? Berkeley os apresenta de forma extremamente concisa no primeiro parágrafo de seu texto:

Meu objetivo é mostrar a maneira pela qual percebemos pela vista a distância, a magnitude e a posição dos objetos, e também considerar a diferença que há entre as idéias da vista e do tato, e se há alguma idéia comum a esses dois sentidos.<sup>5</sup>

Três questões, portanto, são identificadas em relação à forma pela qual percebemos visualmente os objetos (e note-se que por “objetos”, aqui, Berkeley entende os objetos físicos, materiais, mais propriamente designados como objetos *táteis* ou *tangíveis*<sup>6</sup>):

- 1) Como percebemos pela vista a *distância* [a que estão de nós os objetos táteis]?
- 2) Como percebemos pela vista a *magnitude* [dos objetos táteis]?
- 3) Como percebemos pela vista a *posição* [dos objetos táteis]?

Essas questões serão sucessivamente investigadas no decorrer do texto e, pela sua análise, chega-se ao princípio fundamental que constitui a conclusão de todo o

<sup>3</sup> Cf. a Introdução de Luce a sua edição da *Teoria da Visão*, p. 149.

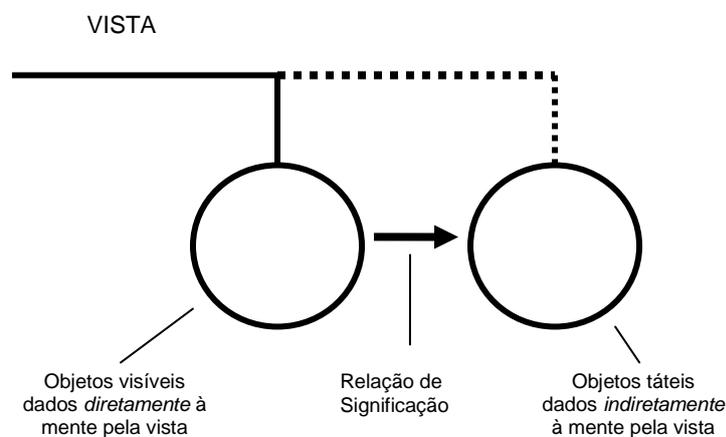
<sup>4</sup> *The Theory of Vision, or Visual Language, shewing the immediate presence and providence of a deity, vindicated and explained* (Londres: J. Tonson, 1733).

<sup>5</sup> *Ensaio*, §1. Em todas as citações subseqüentes do *Ensaio* sigo minha tradução, publicada em *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, Campinas, Série 3, v. 18, n. 2.

<sup>6</sup> Pela simples razão de que, em sua teoria, objetos *visíveis* não estão a nenhuma distância de nós, nem possuem magnitude ou posição constante.

processo e que descreve a correta relação entre as idéias da vista e do tato, ou – como dá na mesma em Berkeley – entre os objetos visíveis e os objetos táteis (“físicos”) A conclusão de Berkeley é que os objetos próprios da visão constituem uma *linguagem* – eles nos *sugerem* (significam, informam) as propriedades dos objetos táteis que podemos antecipar em nosso futuro contato com eles e, dessa maneira, revelam a providência de um Autor benfazejo dessa linguagem que, por meio dela, nos fornece os meios para cuidar de todos os assuntos de nossa vida, alcançando as coisas que são necessárias a nossa preservação e bem-estar, e evitando as que nos seriam danosas ou destrutivas<sup>7</sup>.

Não podemos desenvolver aqui todas as implicações envolvidas nessa fórmula, que é a conclusão de um longo argumento, habilmente desenvolvido. Mas algumas articulações essenciais podem ser apresentadas brevemente com auxílio do seguinte esquema:



*Figura 1*

No esquema, os dois círculos representam dois domínios radicalmente distintos, os dos objetos visíveis e objetos táteis, que nada possuem em comum. Cada um desses domínios é próprio de um dos sentidos e só por ele pode ser dado *diretamente* à mente. Assim, luzes e cores são os objetos próprios da vista e só a eles a mente tem acesso imediato por essa faculdade, o que, no esquema, se representa por meio do traço contínuo.

Por sua vez, características táteis (físicas) de objetos, como a distância a que estão de nosso corpo, seu tamanho medido em pés, polegadas, e outros aspectos que não sejam propriamente visuais, não podem, por sua vez, ser dados diretamente à nossa mente por meio da vista. No entanto, Berkeley afirma que percebemos *pela vista* a distância, magnitude física e posição dos objetos táteis. Essas qualidades só podem, então, ser percebidas *indiretamente*. Representamos esse acesso por meio do traço pontilhado.

Mas como é possível que propriedades ou relações *táteis* sejam percebidas pela vista, ainda que indiretamente? A resposta de Berkeley é que os objetos visíveis diretamente percebidos pela vista atuam como *signos* dos objetos táteis, trazendo-os a nossas mentes exatamente como os sons das palavras que ouvimos (e que percebemos

<sup>7</sup> *Ensaio* §147.

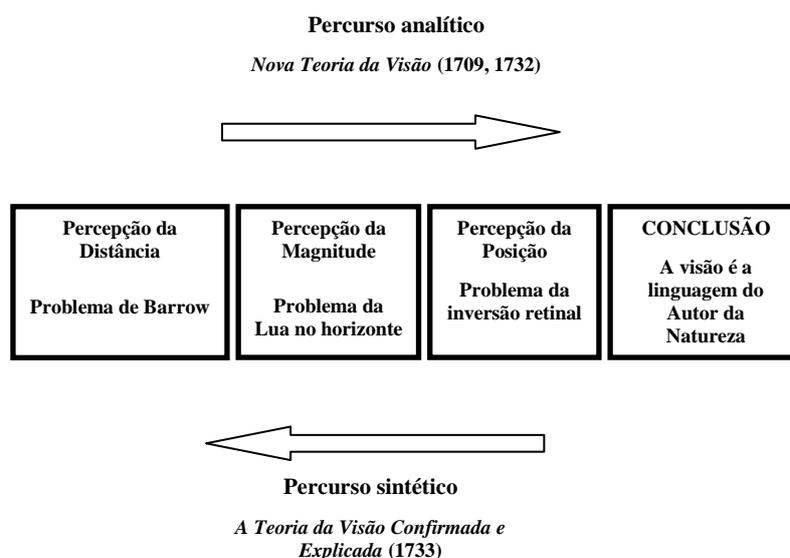
diretamente pela audição) nos trazem a mente, indiretamente, idéias e pensamentos dos mais diversos tipos, que não são, eles próprios, sons ou objetos audíveis. Em nosso diagrama, a seta representa essa relação de significação.

Esta, em essência, é a “nova teoria da visão” que Berkeley propõe em seu ensaio. Com isso ele pretende combater dois erros muito difundidos, característicos da forma como, respectivamente, o vulgo e os filósofos compreendem a visão.

O erro popular, ou do vulgo, consiste em supor que vemos diretamente os objetos táteis, e que a vista nos informa imediatamente sobre tamanho, distância, etc. dos objetos (como se o acesso indicado no diagrama pela linha pontilhada fosse um acesso direto). Berkeley corrige esse erro ao distinguir e separar cuidadosamente os dois tipos de objetos. Trata-se de um erro compreensível, e Berkeley o vê até com certa simpatia, como algo natural na vida cotidiana, e benéfico para nossa vida prática.

Muito mais perigoso é o segundo erro, o erro filosófico, ou dos geômetras como Descartes e os teóricos da óptica de sua época, que – embora conhecedores da distinção radical entre os dois tipos de objeto, visíveis e táteis – interpretam erroneamente a natureza da relação entre eles, e julgam que os primeiros nos dão os segundos por meio de uma ação da mente que discerne entre eles uma conexão necessária e *a priori*, como que por um cálculo matemático. Contra estes, Berkeley, o empirista, irá afirmar o caráter empírico, contingente, dessa conexão, derivada exclusivamente do hábito e da experiência.

Com base nestas breves considerações, podemos caracterizar o caminho percorrido pelo *Ensaio para uma Nova Teoria da Visão*. Ele investiga sucessivamente as três questões acima colocadas e chega à conclusão de que os objetos da vista constituem os signos de uma *linguagem*, através dos quais as propriedades e relações espaciais dos objetos táteis nos são *significadas*. Vamos representar esse processo pelo seguinte diagrama que permitirá incluir outras articulações importantes do texto de Berkeley e, adicionalmente, relacioná-lo ao texto complementar (*A Teoria da Visão Confirmada e Explicada*) que ele publicou em 1733.



*Figura 2*

No diagrama estão apresentadas as três questões anteriormente discriminadas e a conclusão a que se chega a partir de seu exame. Em conjunto, esses elementos definem o percurso do texto de Berkeley. O *Ensaio para uma Nova Teoria da Visão* procede à maneira analítica (da esquerda para a direita), partindo dos fatos dados e chegando a um princípio explicativo geral. Por sua vez, a *Teoria da Visão Justificada e Explicada* parte da conclusão alcançada na análise e dela deduz, sinteticamente, os fatos (da direita para a esquerda). Nesta segunda obra, Berkeley expõe a situação da seguinte maneira:

Deve-se notar que, ao considerar a teoria da visão [no *Ensaio*], eu segui um conhecido método no qual, a partir de suposições falsas e populares, os homens freqüentemente chegam à verdade; ao passo que, no método sintético de apresentar uma ciência ou uma verdade já descoberta, procedemos na ordem inversa, sendo as conclusões da análise assumidas como princípios na síntese. Começarei agora, portanto, com esta conclusão: que *a visão é a linguagem do Autor da Natureza*, deduzindo dela teoremas e explicações de fenômenos, e explicando a natureza das coisas visíveis e da faculdade da visão.<sup>8</sup>

Conseqüentemente, os dois textos de Berkeley percorrem seu material em direções opostas: o *Ensaio* trata sucessivamente das questões da percepção da distância (§2-§51), da magnitude (§52-§87) e da posição dos objetos (§88-§120), ao passo que, na *Teoria da Visão Justificada e Explicada*, essas questões aparecem respectivamente em §62-§69, §54-§61 e §48-§53.

O diagrama da Figura 2 indica também como, ao tratar dessas questões, Berkeley examina em cada uma delas um clássico problema óptico de sua época, cuja solução constituía ainda um desafio para os estudiosos dessa disciplina, buscando mostrar que apenas sua teoria seria capaz de fornecer uma solução para eles. Ao examinar a percepção da distância, Berkeley se refere ao problema de Barrow, que examinaremos detalhadamente a seguir. Em seu exame da percepção da magnitude ou tamanho aparentes dos objetos, Berkeley aborda a clássica ilusão de que a Lua vista no horizonte é maior do que quando se acha elevada no céu<sup>9</sup>. Por fim, ao discutir a percepção da posição dos objetos, ou de sua orientação espacial, Berkeley faz referência ao problema de explicar por que vemos os objetos em posição ereta e não de cabeça para baixo, dado que se sabe que suas imagens são projetadas invertidas na retina<sup>10</sup>. Das soluções que Berkeley apresentou aos três problemas, apenas a deste último me parece plenamente adequada, e, de fato, recebe um tratamento admirável por Berkeley, de grande rigor conceitual, que conduz diretamente à conclusão de seu estudo; nos dois primeiros problemas a “solução” de Berkeley não é cientificamente convincente, o que não retira, entretanto, o interesse filosófico de sua discussão.

---

<sup>8</sup> Cf. *A Teoria da Visão Confirmada e Explicada* §38. Note-se que Margaret Atherton, em seu artigo no *Cambridge Companion to Berkeley* afirma equivocadamente que o *Ensaio* emprega o método sintético, embora mencione exatamente a passagem de Berkeley reproduzida acima. (*Companion*, p. 96).

<sup>9</sup> Sobre este interessante problema, que até hoje não tem uma solução perfeitamente estabelecida, veja-se a série de artigos listadas nas Referências Bibliográficas ao final deste trabalho.

<sup>10</sup> Foi apenas no séc. XVII que se descobriu que era a incidência de luz na retina, e não na córnea, que constitui a causa da visão. Foi Kepler quem primeiro propôs, em 1604, que o cristalino focaliza as imagens na retina, e algumas décadas depois Descartes comprovou experimentalmente o fato ao observar as imagens invertidas no fundo de um olho de boi removido cirurgicamente.

### 3 O Problema de Barrow

Isaac Barrow (1630-1677), matemático e teólogo inglês, foi o primeiro professor da cátedra lucasiana em Cambridge, à qual renunciou em 1669 em favor de seu aluno Isaac Newton. Teve um importante papel na história do desenvolvimento do cálculo e, quanto ao que nos interessa aqui, é autor das *Optical Lectures* (1667), em cujo parágrafo final aparece o famoso problema. Em seu *Ensaio*, Berkeley apresenta o problema simplesmente transcrevendo a passagem do texto de Barrow, no original em latim e em tradução para o inglês.

Antes de examinar o problema na formulação de Barrow, é muito conveniente introduzi-lo a partir de uma formulação moderna. Para isso, vamos recordar alguns pontos sobre o comportamento de uma lente convergente que conjuga a imagem de um objeto em diversas posições:

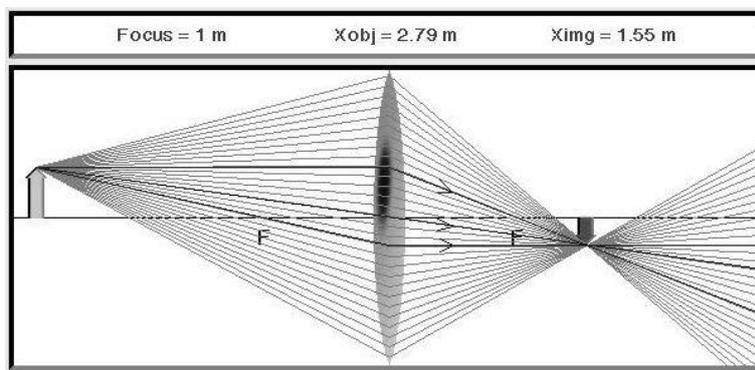
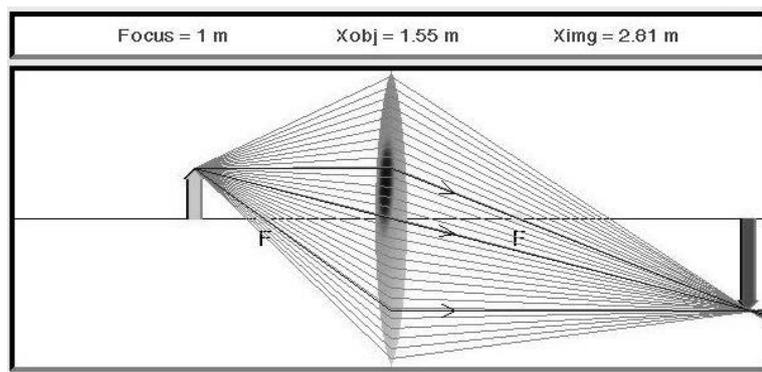


Figura 3

No diagrama acima, a seta cinza situada à esquerda, apontando para cima, representa um objeto posicionado a uma distância da lente maior que a distância focal  $F$ . Nessa situação, pela familiar equação de Gauss<sup>11</sup>, a lente conjuga do lado oposto uma imagem do objeto representada pela seta negra à direita. Note-se que a imagem está em posição invertida em relação ao objeto (a seta negra aponta para baixo). Essa imagem é chamada uma imagem *real*, no sentido de que ela é realmente constituída por raios de luz provenientes do objeto, ou seja, ela pode ser projetada numa folha de papel, num filme fotográfico, na retina, ou mesmo, em certas condições, ser vista flutuando no ar sem nenhum suporte.

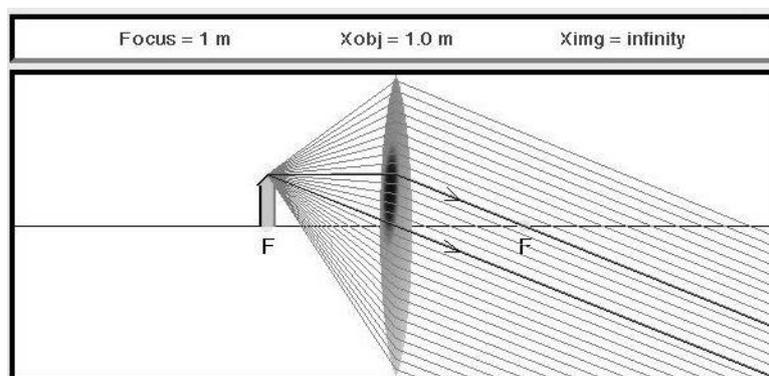
<sup>11</sup>  $\frac{1}{F} = \frac{1}{x_{obj}} + \frac{1}{x_{img}}$ . No caso,  $F = 1$  m,  $x_{obj} = -2,79$  m e  $x_{img} = 1,55$  m. Uma equação igualmente simples

permite determinar a dimensão da imagem conjugada, mas nosso interesse aqui é pelo aspecto puramente qualitativo da questão, por isso não entraremos nesses detalhes.



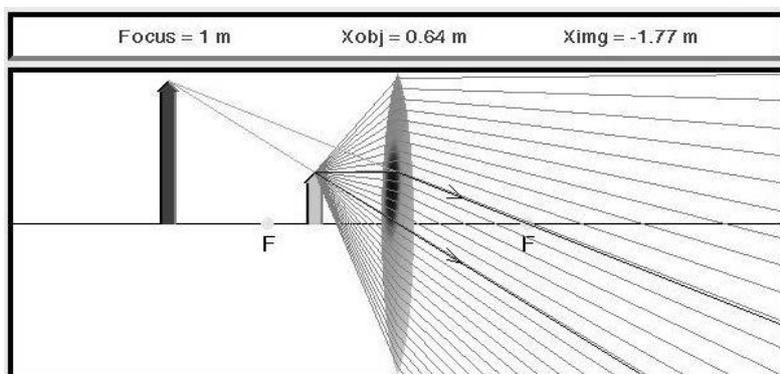
*Figura 4*

A Figura 4 representa uma situação que é, qualitativamente, a mesma que a anterior, ou seja, a lente continua conjugando uma imagem real e invertida do objeto. Note-se, porém, que, à medida que o objeto se aproxima do plano focal da lente, sua imagem se afasta e torna-se maior.



*Figura 5*

A Figura 5 mostra a situação em que o objeto aproximou-se até atingir o plano focal da lente. Neste caso, os raios luminosos refratados pela lente tornam-se paralelos, e por isso não podem mais convergir em nenhum ponto para formar uma imagem real. Não há, portanto, uma imagem do objeto situada em uma posição determinada; se nos permitirmos uma expressão imprópria, diremos que a imagem situa-se “no infinito”.



*Figura 6*

Por fim, nesta última figura, o objeto aproximou-se ainda mais da lente, a ponto de ultrapassar o plano focal. Os raios refratados pela lente tornam-se divergentes; assim, do mesmo modo que no caso anterior, eles não convergem em nenhum ponto determinado e não ocorre a formação de uma imagem real. No entanto, os prolongamentos desses raios convergem virtualmente em um ponto situado “atrás” da lente, formando uma imagem em posição direita, não invertida, que se chama uma “imagem virtual”, exatamente porque não há, na realidade, raios de luz convergindo na imagem – ela não existe de fato naquela posição, no sentido de que não impressionará uma chapa fotográfica ali colocada, etc. No entanto, para um olho considerado como sistema óptico situado do lado direito da lente, essa imagem será vista no prolongamento desses raios; para todos os efeitos, ela se comporta como um *objeto real* para esse olho. Esse é o caso em que normalmente usamos uma lente convergente, ou lupa, para observar objetos pequenos, que são, dessa forma, ampliados.

Suponha-se, agora, que estamos confortavelmente observando aquela imagem do objeto através da lente, e o objeto comece a afastar-se desta. Sua imagem irá igualmente afastar-se do plano da lente e aumentar de tamanho, mantendo a posição direita. Mas no momento em que o objeto cruza o plano focal, ocorre a descontinuidade que já indicamos: a imagem virtual desaparece “no infinito” e reaparece enquanto imagem real, invertida, situada atrás de nossa cabeça.

Uma pergunta que se coloca, então, é: o que veremos durante essa transição? O objeto desaparecerá de nossa vista? Veremos apenas uma mancha confusa? Veremos o objeto subitamente inverter-se, veremos o objeto atrás de nossa cabeça? A surpreendente resposta, que pode ser facilmente verificada experimentalmente, é que não experimentamos visualmente nenhuma notável descontinuidade quando o objeto cruza o plano focal – se estivermos olhando para uma página de livro continuaremos a ver as letras à nossa frente, ampliadas, em posição direita, talvez um pouco embaçadas, mas apenas isso.

De fato, nada poderia ser mais surpreendente que essa constatação experimental! A imagem do objeto sofre uma radical transformação – ela inverte sua orientação e passa para uma posição diametralmente oposta em relação à lente, e, no entanto, não observamos nenhuma notável descontinuidade ao observar através de uma lente convergente um objeto que se move através de seu plano focal. Esse paradoxo, ou aparente discrepância entre a teoria óptica e a experiência constitui o cerne do chamado problema de Barrow, que Berkeley discute em seu ensaio, embora sob uma formulação um pouco diferente. Mas tendo compreendido o problema na formulação dada acima, estamos agora em melhores condições de compreendê-lo na formulação original do autor.

No *Ensaio para uma Nova Teoria da Visão*, Berkeley reproduz exatamente o mesmo diagrama utilizado originalmente por Barrow para expor o problema (Figura 7, abaixo). Esse diagrama pode trazer dificuldades de interpretação para os leitores modernos por várias razões. Em primeiro lugar, há ali dois diagramas distintos e independentes, um que se aplica ao caso da lente convergente, e outro para o caso do espelho côncavo (a exposição do problema de Barrow se aplica indiferentemente aos dois casos). Assim, de início, é conveniente separar os dois diagramas, como está feito na Figura 8.

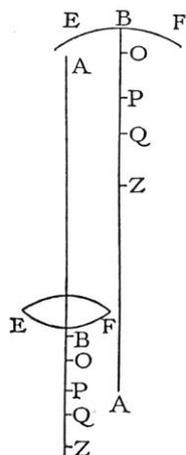


Figura 7

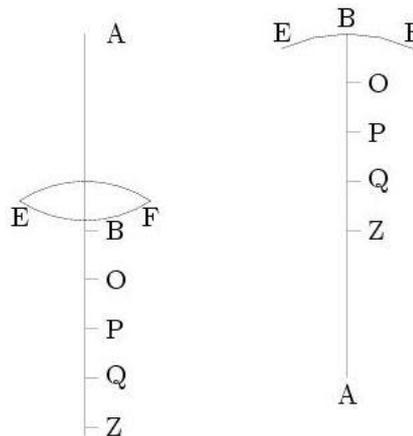


Figura 8

Os problemas nos casos da lente convergente e do espelho côncavo são exatamente análogos, portanto vamos nos concentrar apenas no caso da lente, para o qual já fizemos nossa preparação. Consideremos, então, apenas o diagrama situado do lado esquerdo da Figura 8. Barrow inicia sua exposição do problema da seguinte forma:

Seja o ponto A colocado a uma certa distância da lente biconvexa ou espelho côncavo EBF, de tal modo que os raios procedentes de A, após a refração ou reflexão, venham unir-se em algum lugar do eixo AB. Suponha-se que o ponto de união (isto é, a imagem do ponto A, como já se estabeleceu) seja Z, e suponha-se que o olho está colocado em uma posição qualquer entre Z e o vértice B da lente ou espelho. Pergunta-se: onde deve aparecer o ponto A?<sup>12</sup>

Vamos reproduzir o problema utilizando agora a representação moderna usual, mantendo o significado das letras adotado por Barrow e identificando algumas peculiaridades de seu exemplo:

Problema de Barrow para a lente convergente

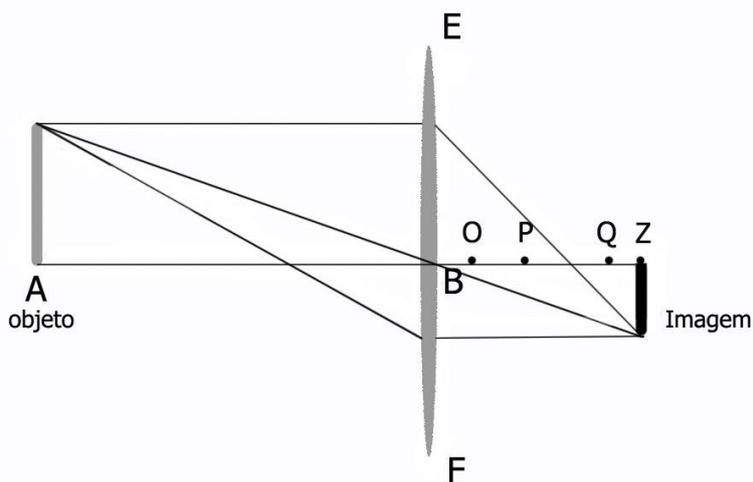


Figura 9

<sup>12</sup> *Ensaio* § 29.

Note-se de início que, embora Barrow não tenha indicado explicitamente a distância focal em seu diagrama, a ocorrência de uma imagem real (para a qual convergem realmente os raios de luz) mostra que o objeto, em seu exemplo, está situado a uma distância maior do que a distância focal, isto é, o foco deve estar situado em algum ponto entre *A* e *B*. O caso que Barrow analisa é, portanto, aquele representado nas Figuras 4 e 5 acima, em que a lente está conjugando uma imagem real e invertida do objeto.

Este, na realidade, é o caso que apresenta maior interesse e enseja o aparecimento da dificuldade discutida por Barrow. De fato, se o objeto estivesse situado entre o plano da lente e o plano focal, ou seja, no caso representado na Figura 6, a situação não seria nada problemática e a pergunta de Barrow seria facilmente respondida: a lente conjuga uma imagem virtual e ereta à frente dos olhos do observador, e é ali que objeto deve aparecer. No caso imaginado por Barrow, ao contrário, a pergunta causa perplexidade porque a imagem do objeto está sendo conjugada *atrás* do observador, e não se pode dizer que é *ali* que ela lhe aparece.

Em nossa discussão preparatória, imaginamos o objeto movendo-se através do plano focal e consideramos a dificuldade de explicar porque o observador não nota nenhuma descontinuidade na aparência do objeto que ele vê através da lente. No caso de Barrow, entretanto, o problema é apresentado de forma um pouco diferente. Em primeiro lugar, o objeto agora está fixo em relação à lente, e é o olho do observador que se movimenta ao longo do eixo óptico entre os pontos *B* e *Z*, sempre tendo a imagem atrás de si. Em segundo lugar, Barrow não está interessado na questão de se o objeto deve nos aparecer na posição ereta ou invertida, e seu diagrama, de fato, faz abstração desse aspecto. Ele pergunta apenas: *onde* deve aparecer o ponto *A*; o que o interessa é a *distância* (próxima ou remota) em que o objeto aparece para o observador.

Para responder a essa pergunta, Barrow vale-se da experiência. É claro que *A* não aparece “atrás de nós”, nem se poderia imaginar como isso ocorreria, pois, como diz Barrow, se algo nos aparece à vista, só pode aparecer na direção de onde provêm os raios que afetam os olhos. Mas isso leva Barrow a identificar uma dificuldade que ele considera grave para a explicação óptica tradicional de como avaliamos a distância. Note-se, de fato, que os raios luminosos que atingem neste caso o observador são convergentes, e se tornam mais e mais convergentes conforme o olho recua no eixo *BZ*. Mas se é verdade que, como pensa a óptica cartesiana, os objetos devem aparecer tão mais distantes quanto menos divergentes forem os raios que enviam para o olho, e que um objeto que envia raios paralelos é considerado estar “no infinito”, então um objeto visto mediante raios convergentes, como é o caso aqui, deveria, nas palavras de Barrow, aparecer “diante do olho a uma distância tão grande que deveria ultrapassar, de algum modo, toda distância perceptível.”

O problema de Barrow é que a experiência simplesmente não confirma essa previsão, e o objeto não parece estar extremamente distante. E a experiência mostra algo ainda mais surpreendente e contrário à teoria aceita: à medida que o olho se afasta do plano da lente e os raios luminosos provenientes do objeto se tornam mais e mais convergentes, “mais próximo” o objeto parece estar:

A experiência, contudo, nos mostra que o ponto *A* aparece a distâncias variadas, conforme as diferentes posições do olho entre os pontos *B* e *Z*, e [quase] nunca, se é que alguma vez, aparece mais distante do que se fosse observado pelo olho nu; ao contrário, algumas vezes aparece muito mais próximo, sendo até mesmo certo que, quanto mais convergem os raios que incidem no olho, tanto mais parece o objeto aproximar-se. Pois colocando-se o olho próximo ao ponto *B*, o objeto *A* aparece quase em seu lugar natural se *B* estiver referido à lente, e à mesma distância se

estiver referido ao espelho. Quando o olho recua até O, o objeto parece aproximar-se, e quando o olho chega a P, observa-o ainda mais próximo. E assim por diante, progressivamente, até que, por fim, estando o olho situado, suponha-se, em Q, o objeto, parecendo extremamente próximo, começa a desvanecer em mera confusão.<sup>13</sup>

Tendo descrito o problema, Barrow confessa sua incapacidade de resolvê-lo:

Tudo isso parece opor-se a nossos princípios; ou, pelo menos, não concordar propriamente com eles. E não é apenas nossa doutrina que é abalada por este experimento: todas as outras que conheço são igualmente ameaçadas por ele. [...] Pois, no exemplo presente, oculta-se algo peculiar, que, estando imerso nas complexidades da natureza, talvez dificilmente venha a ser descoberto até a época em que o processo da visão se torne mais perfeitamente conhecido, quanto ao que, devo confessar, não fui até agora capaz de encontrar algo que desse mostra da mínima plausibilidade, para não dizer certeza. Deixo, portanto, este nó para ser desatado pelo leitor, desejando-lhe mais sucesso do que eu tive.

#### 4 A Solução de Berkeley ao Problema de Barrow

Para Berkeley, o fato de que um renomado geômetra como Barrow tenha assim confessado sua incapacidade de resolver essa dificuldade segundo os princípios ópticos aceitos, revela que esses princípios não espelham a realidade da percepção visual da distância, e deixa livre o caminho para sua própria solução empirista e não-racionalista da dificuldade. De forma muito resumida, Berkeley sabe que a maior divergência dos raios luminosos provenientes do objeto é um fator para reconhecermos sua proximidade; mas ele não aceita que essa divergência, enquanto tal, seja percebida pela vista. O que percebemos, para ele, é o “embaçamento” ou “confusão” da imagem percebida, devido à incapacidade do cristalino de focalizar perfeitamente a imagem na retina a essas curtas distâncias<sup>14</sup>. E mesmo quando essa focalização é obtida, isso se dá à custa de um esforço muscular para contrair o cristalino, esforço cuja percepção se torna também um elemento empregado em nossa avaliação da distância<sup>15</sup>. Para Berkeley, são sempre percepções reais, dos sentidos externos ou internos, que, por meio de associações estabelecidas pela experiência, permitem-nos avaliar a distância, e não alguma “geometria inata” que atuasse como um cálculo mental de natureza *a priori*.

Aplicando essa idéia, de que é a confusão da imagem que nos sugere a maior proximidade, Berkeley observa que a falta de nitidez produzida por uma grande divergência dos raios pode ser igualmente o resultado de uma grande convergência, porque ambas fazem com que a imagem de um ponto se disperse sobre a retina, como ele explica pelos diagramas abaixo<sup>16</sup>:

---

<sup>13</sup> *Ensaio* § 29.

<sup>14</sup> *Ensaio* § 21, 22.

<sup>15</sup> *Ensaio* § 27.

<sup>16</sup> *Ensaio* § 35.

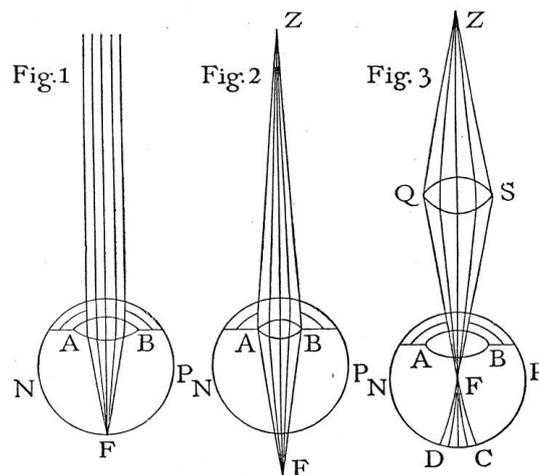


Figura 10

Assim, o paradoxo detectado por Barrow, de que quando o olho se *afasta* do objeto este parece ficar mais próximo, recebe de Berkeley uma explicação. Berkeley sabe que se trata de uma ilusão – o objeto *não fica* mais próximo, nós apenas  *julgamos* (falsamente) que ele ficou mais próximo. Para Berkeley, é natural que sejamos vítimas dessa ilusão, porque nossa interpretação da linguagem visual desenvolveu-se pela experiência adquirida em situações normais, em que maior confusão corresponde sempre a maior proximidade. E é natural que essa interpretação falhe em casos excepcionais, como aqueles em que estamos vendo o objeto através de uma lente.

Antes de abandonar o tópico em questão, Berkeley examina uma outra tentativa de solução do problema, oferecida por Molyneux em seu *Tratado de Dióptrica*. Molyneux reconhece a dificuldade apontada por Barrow, mas aventa se não poderia ser o caso que, na situação descrita por Barrow, o objeto apareça à frente do olho à mesma distância em que a imagem está atrás<sup>17</sup>. Com isso, ao afastar-se da lente, ou do espelho, o observador aproximar-se-ia da imagem real às suas costas e com isso se explicaria por que o objeto parece mais próximo nessa situação. Berkeley recusa essa solução supondo um caso em que o objeto situa-se a uma vez e meia a distância focal da lente, e o olho está colado ao vidro da lente. Nessa situação, a experiência mostra facilmente que o observador vê o objeto à distância em que realmente se encontra, ao passo que a imagem, por uma aplicação da lei de Gauss, se forma atrás do observador ao dobro dessa distância, o que refuta a proposta de Molyneux<sup>18</sup>. Menciono esta passagem apenas para mostrar que Berkeley conhecia bastante bem a óptica geométrica de seu tempo, embora lhe recusasse o poder explicativo que os ópticos ou geômetras estavam dispostos a lhe conceder.

É preciso reconhecer que, por engenhosa que seja, a solução de Berkeley para o problema de Barrow (de que a avaliação da distância resulta da aparência confusa ou pouco nítida da percepção) não é cientificamente correta nem sobreviveria a um teste

<sup>17</sup> *Ensaio* § 40.

<sup>18</sup> Berkeley formula a equação da lente (ou do espelho) de uma forma que nos é pouco familiar: “A diferença entre a distância do objeto e o foco está para o foco, ou comprimento focal, como a distância do objeto ao espelho está para a distância do foco respectivo, ou base distinta, ao espelho.” Mas uma simples transformação algébrica nos permite constatar que essa formulação é equivalente à equação de Gauss que apresentamos acima.

experimental. Temos hoje uma idéia melhor de como resolver esse problema, que, longe de mostrar a suposta insuficiência da óptica geométrica, tem sucesso exatamente porque leva ainda mais a sério o papel da óptica e introduz no sistema um ingrediente que havia passado despercebido a Barrow e Molyneux: *o olho do observador* considerado como sistema óptico adicional que, em última instância, focaliza em nossa retina todas as imagens que efetivamente vemos.<sup>19</sup> Uma vez introduzido esse novo elemento, pode-se mostrar facilmente como a flagrante descontinuidade na imagem conjugada pela lente ou espelho quando o objeto atravessa o plano focal é plenamente compensada pela capacidade refrativa de nossos olhos, que continua focalizando normalmente a imagem em nossa retina durante todo esse percurso. Com a inclusão do dispositivo óptico do olho mostra-se facilmente também que, no caso imaginado por Barrow, a projeção retinal do objeto (isto é, a imagem real conjugada na retina) deve realmente aumentar conforme o olho recua no eixo *BZ*.

## 5 Considerações finais

Há uma rápida observação que desejo fazer antes de concluir. Tanto Barrow quanto Berkeley dão por aceite, sem maiores indagações, que o efeito das lentes convergentes empregadas como lupas consiste em fazer-nos perceber os objetos como *mais próximos*. É assim que eles concebem o familiar fenômeno da ampliação dos objetos obtida pelas lupas – vemos mais detalhes porque os objetos “ficam mais perto”. Mas obviamente não é isso que ocorre. Basta observar mais uma vez o diagrama da lente na Figura 6 para ver que a imagem virtual conjugada pela lente – e que constitui um objeto real para o dispositivo óptico do olho – está *mais distante* do olho que o objeto, e que o efeito produzido é antes o *aumento* de sua magnitude. Assim, o objeto que vemos nos parece ao mesmo tempo maior e mais distante do que é na realidade, e o efeito ampliativo decorre de que a aumento de tamanho compensa e supera o maior distanciamento. De fato, pessoas que usam óculos de leitura fazem-no exatamente para que os objetos pareçam mais distantes, facilitando assim a acomodação visual<sup>20</sup>. É curioso que Berkeley, que, em outros momentos, reconheceu com tanta precisão a interdependência entre questões sobre a percepção da distância e da magnitude dos objetos não tenha levado em conta mais cuidadosamente esse aspecto quando optou por discutir o problema de Barrow na parte de seu ensaio que tratava da percepção da distância.

## 6 Referências Bibliográficas

ATHERTON, Margaret. Berkeley's Theory of Vision and its Reception. In: *The Cambridge Companion to Berkeley*. Ed. WINKLER, Kenneth P. Cambridge University Press, 2005, p.94-124.

BERKELEY, George. *Philosophical Works*. Ed. Michael R. Ayers. Londres: Everyman, 1975.

BERKELEY, George. *The Works of George Berkeley, Bishop of Cloyne*. Ed. A. A. Luce e T. E. Jessop. Edinburgo: Thomas Nelson and Sons. Vol. I. *Philosophical Commentaries, Essay Towards a New Theory of Vision, Theory of Vision Vindicated*. Ed. A. A. Luce, 1948.

---

<sup>19</sup> Sobre isso, remeto o leitor aos excelentes e esclarecedores trabalhos de Fernando Lang da Silveira *et al.*, listados nas referências bibliográficas.

<sup>20</sup> Nesse caso, o aumento da distância é aproximadamente compensado pelo aumento da magnitude, de modo que as aparências visuais permanecem muito semelhantes.

BERKELEY, George. *Um Ensaio para uma Nova Teoria da Visão e A Teoria da Visão Confirmada e Explicada*. Trad. de José Oscar de Almeida Marques. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, CLE-UNICAMP, Série 3, v. 18, n. 2, jul-dez 2008.

HOLWAY, Alfred H. e Boring, Edwin G. The Moon Illusion and the Angle of Regard. *The American Journal of Psychology*, Vol. 53 No.1 (Jan. 1940), p. 109-116.

HOLWAY, Alfred H. e Boring, Edwin G. The Apparent Size of the Moon as a Function of the Angle of Regard. *The American Journal of Psychology*, Vol. 53 No.4 (Oct. 1940), p. 537-553.

MOURÃO, Ronaldo R. F. Lua no horizonte. *Scientia*, Vol. 2, N. 1, pp. 23-28, 1991.

SILVEIRA, Fernando L.; AXT, Rolando; PIRES, Marcelo. O que vemos quando nos miramos em um espelho côncavo? *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 26, n. 1, p. 19-25, 2004.

SILVEIRA, Fernando L.; AXT, Rolando. Uma dificuldade recorrente em óptica geométrica - Uma imperceptível descontinuidade de imagem na lupa. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 28, n. 4, p. 421-425, 2006.

SILVEIRA, Fernando L.; MEDEIROS, Alexandre. A ilusão sobre o tamanho da Lua no horizonte. *A Física na Escola*, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 67-69, 2006.

TAYLOR, Donald W. e BORING, Edwin G. The Moon Illusion as a Function of Binocular Regard. *The American Journal of Psychology*, Vol. 55 No.2 (Apr. 1942), p. 189-201.